

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Мордовский государственный педагогический
университет имени М.Е. Евсевьева»
Факультет физико-математический**

Кафедра математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математическое моделирование**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика. Информатика

Форма обучения: Очная

Разработчик:

Храмова Н. А., к.ф.-м.н., и. о. заведующего кафедрой математики и методики обучения математике

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры, протокол № 9 от 19.03.2022 года

И. о. зав. кафедрой _____  _____ Храмова Н. А.

1. Цель и задачи изучения дисциплины

Цель изучения дисциплины - подготовка студентов к использованию математического моделирования в будущей профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- изучение теоретических основ математического моделирования, используемых при реализации образовательных программ по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов;
- формирование у студентов умения строить математические модели прикладных задач из различных областей научного знания;
- формирование умения применять компьютерные технологии для математического моделирования процессов и явлений;
- реализация внутрипредметных и межпредметных связей с физикой, биологией, экономикой и др.;
- подготовка студентов к использованию теоретических знаний и практических умений в области математического моделирования в будущей профессиональной деятельности.

В том числе воспитательные задачи:

- формирование мировоззрения и системы базовых ценностей личности;
- формирование основ профессиональной культуры обучающегося в условиях трансформации области профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина К.М.08.14 «Математическое моделирование» относится к вариативной части учебного плана.

Дисциплина изучается на 5 курсе, в 10 семестре.

Для изучения дисциплины требуется: знание основных разделов высшей математики: математический анализ, алгебра и теория чисел, геометрия, теория вероятностей.

Изучению дисциплины «Математическое моделирование» предшествует освоение дисциплин (практик):

Алгебра и теория чисел;

Геометрия;

Математический анализ;

Дискретная математика;

Числовые системы;

Теория вероятностей и математическая статистика;

Математическая логика.

Освоение дисциплины «Математическое моделирование» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин (практик):

Специальные методы математического моделирования;

Интеграция алгебраического и геометрического методов в решении задач;

Производственная (научно-исследовательская работа) практика.

Область профессиональной деятельности, на которую ориентирует дисциплина «Математическое моделирование», включает: 01 Образование и наука (в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования, профессионального обучения, профессионального образования, дополнительного образования).

Типы задач и задачи профессиональной деятельности, к которым готовится обучающийся, определены учебным планом.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций

Выпускник должен обладать следующими универсальными компетенциями (УК):

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.	знать: - различные трактовки понятия «математическая модель», свойства математических моделей, особенности построения и исследования математических моделей, классификацию математических моделей, этапы математического моделирования; уметь: - строить математические модели прикладных задач из различных областей научного знания; - проводить анализ и исследование построенных математических моделей; - использовать компьютерные технологии для построения и исследования математических моделей; владеть: - навыками построения и исследования математических моделей процессов и явлений; - навыками использования методов дисциплины в качестве инструмента реализации образовательных программ в соответствии с современными методиками и технологиями для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса.
--	--

Выпускник должен обладать следующими профессиональными компетенциями (ПК):

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.	знать: - возможности использования основных понятий, идей и методов математического моделирования для демонстрации умения разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные; уметь: - демонстрировать умения применять методы, приемы математического моделирования; владеть: - навыками применения теоретических знаний и практических умений в области математического моделирования для демонстрации умения разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
--	--

ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.

ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.).	знать: - способы интеграции учебного предмета «Математическое моделирование» для организации развивающей учебной деятельности; уметь: - использовать способы интеграции учебного предмета «Математическое моделирование» для организации развивающей учебной деятельности; владеть: - способами интеграции учебного предмета «Математическое моделирование» для организации развивающей учебной деятельности.
--	--

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Десятый семестр
Контактная работа (всего)	54	54
Лекции	18	18
Практические	36	36
Самостоятельная работа (всего)	34	34
Виды промежуточной аттестации	20	20
Экзамен	20	20
Общая трудоемкость часы	108	108
Общая трудоемкость зачетные единицы	3	3

5. Содержание дисциплины

5.1 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1. Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка. Математическое моделирование физических процессов:

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка в моделировании процессов и явлений. Математическая модель распада радиоактивного вещества. Математическая модель роста числа бактерий. Математическая модель изменения давления воздуха над уровнем моря (барометрическая формула). Математическая модель процесса охлаждения тел. Математическая модель истечения жидкости через отверстие в сосуде. Математическая модель скорости изменения информации (модель Гартмана). Модель рекламы. Математическая модель изменения силы тока с течением времени в простейшей электрической цепи. Математическая модель интенсивности светового потока.

Моделирование движения, описываемого вторым законом Ньютона. Математическое моделирование горизонтального движения тела под действием сопротивления среды. Математическое моделирование вертикального движения тела под действием сопротивления среды. Математическое моделирование физических процессов, приводящих к линейным дифференциальным уравнениям второго порядка. Математическая модель движения тела, брошенного под углом к горизонту. Математическое моделирование колебательных процессов. Математическая модель колебаний математического маятника. Колебания в электрическом контуре.

Раздел 2. Математическое моделирование экологических, биологических и социально-экономических процессов:

Математическое моделирование как метод научного познания. Классификация математических моделей. Примеры математических моделей и математический аппарат моделирования. Моделирование процессов роста в природе. Математические модели динамики численности популяции (модель Мальтуса, Ферхюльста, Лотки-Вольтерра). Математическая модель химических реакций. Математические модели задач на смеси. Обеднение растворов. Растворение вещества с течением времени.

Этапы построения математических моделей. Понятие о вычислительном эксперименте. Методы построения математических моделей. Метод применения основных законов и уравнений физики. Методы построения математических моделей. Иерархический подход, метод вариационных принципов, метод аналогий. Математическое моделирование финансовых процессов. Математические модели экономической динамики. Математические модели демографических процессов. Математическая модель распространения эпидемий. Математическая модель Ланчестера сражения двух армий.

5.2 Содержание дисциплины: Лекции (18 ч.)

Раздел 1. Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка. Математическое моделирование физических процессов (8 ч.)

Тема 1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (2 ч.)

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Понятие дифференциального уравнения. Виды обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общий интеграл. Частное решение дифференциального уравнения. Задача Коши. Геометрический смысл решения дифференциального уравнения. Интегрирование дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Алгоритм решения однородного дифференциального уравнения первого порядка.

Тема 2. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (2 ч.)

Понятие линейного дифференциального уравнения первого порядка. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений: метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа); метод Бернулли. Понятие уравнения в полных дифференциалах. Интегрирование уравнений в полных дифференциалах. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с помощью компьютерных технологий.

Тема 3. Математическое моделирование как метод научного познания (2 ч.)

Моделирование среди методов научного познания. Понятие математической модели и метода математического моделирования. Требования к математической модели. Особенности построения математических моделей. Свойства математических моделей. Области применения математического моделирования. Математическое моделирование в научных исследованиях.

Тема 4. Классификация математических моделей (2 ч.)

Классификационные признаки математических моделей. Классификация математических моделей в зависимости от сложности объекта моделирования. Классификация математических моделей в зависимости от оператора модели. Классификация математических моделей в зависимости от параметров модели.

Классификация математических моделей в зависимости от целей моделирования.
Классификация математических моделей в зависимости от методов реализации.

Раздел 2. Математическое моделирование экологических, биологических и социально-экономических процессов (10 ч.)

Тема 5. Примеры математических моделей и математический аппарат моделирования (2 ч.)

Задача о движении снаряда (пример простейшей аналитической модели). Задача о баке с наименьшей площадью (пример оптимизационной модели). Транспортная задача (пример задачи линейного программирования). Задача о коммивояжере (элементы теории графов в моделировании). Задача о нахождении связи между структурой и свойствами вещества (задача аппроксимации). Задача об определении надежности электрической цепи (пример вероятностной модели). Задача о радиоактивном распаде (пример дифференциальной модели).

Тема 6. Этапы построения математических моделей. Понятие о вычислительном эксперименте (2 ч.)

Исследование объекта моделирования. Концептуальная постановка задачи моделирования. Математическая постановка задачи моделирования. Выбор и обоснование выбора метода решения задачи. Реализация математической модели в виде программы для ЭВМ. Вычислительный эксперимент. Проверка адекватности модели. Практическое использование построенной модели и анализ результатов моделирования.

Тема 7. Методы построения математических моделей. Метод применения основных законов и уравнений физики (2 ч.)

Основные методы построения математических моделей. Построение математических моделей на основе законов сохранения (закона сохранения массы, энергии, импульса) и фундаментальных уравнений физики (метод «от общего к частному»).

Тема 8. Методы построения математических моделей. Иерархический подход, метод вариационных принципов, метод аналогий (2 ч.)

Иерархический подход к построению математических моделей (метод «от простого к сложному»). Метод вариационных принципов при создании математических моделей. Построение математических моделей на основе метода аналогий.

Тема 9. Дифференциальные уравнения первого порядка в моделировании процессов и явлений. Математическая модель распада радиоактивного вещества. Математическая модель роста числа бактерий (2 ч.)

Понятие дифференциальной модели процесса или явления. Алгоритм составления дифференциальных уравнений по условиям прикладных задач. Построение математической модели распада радиоактивного вещества. Построение математической модели роста числа бактерий в благоприятных условиях.

5.3 Содержание дисциплины: Практические (36 ч.)

Раздел 1. Построение элементарных математических моделей на основе дифференциальных уравнений первого порядка. Математическое моделирование физических процессов (18 ч.)

Тема 1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений

(2 ч.)

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Понятие дифференциального уравнения. Виды обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общий интеграл. Частное решение дифференциального уравнения. Задача Коши. Геометрический смысл решения дифференциального уравнения. Интегрирование дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными. Алгоритм решения однородного дифференциального уравнения первого порядка.

Тема 2. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (2 ч.)

Понятие линейного дифференциального уравнения первого порядка. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений: метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа); метод Бернулли. Понятие уравнения в полных дифференциалах. Интегрирование уравнений в полных дифференциалах. Решение дифференциальных уравнений первого порядка с помощью компьютерных технологий.

Тема 3. Дифференциальные уравнения первого порядка в моделировании процессов и явлений. Математическая модель распада радиоактивного вещества. Математическая модель роста числа бактерий (2 ч.)

Понятие дифференциальной модели процесса или явления. Алгоритм составления дифференциальных уравнений по условиям прикладных задач. Построение математической модели распада радиоактивного вещества. Построение математической модели роста числа бактерий в благоприятных условиях.

Тема 4. Математическая модель изменения давления воздуха над уровнем моря (барометрическая формула). Математическая модель процесса охлаждения тел (2 ч.)

Построение математической модели изменения давления воздуха над уровнем моря. Вывод барометрической формулы. Определение закона охлаждения тел.

Тема 5. Математическая модель истечения жидкости через отверстие в сосуде (2 ч.)

Построение математической модели истечения жидкости через отверстие в сосуде. Рассмотрение частных случаев: а) истечение жидкости через отверстие в сосуде цилиндрической формы (когда ось цилиндра расположена вертикально или горизонтально); истечение жидкости через отверстие в сосуде конической формы; истечение жидкости через отверстие в сосуде формы полусферы.

Тема 6. Математическая модель скорости изменения информации (модель Гартмана). Модель рекламы (2 ч.)

Построение математической модели скорости изменения информации. Построение математической модели распространения рекламы.

Тема 7. Математическая модель изменения силы тока с течением времени в простейшей электрической цепи. Математическая модель интенсивности светового потока (2 ч.)

Построение математической модели изменения силы тока с течением времени в простейшей электрической цепи. Построение математической модели интенсивности светового потока (определение закона Бугера)

Тема 8. Моделирование движения, описываемого вторым законом Ньютона (2 ч.)

Уравнения движения в дифференциальной форме. Построение математических моделей прикладных задач на применение механического смысла производной. Построение математической модели движения тела постоянной массы.

Тема 9. Математическое моделирование горизонтального движения тела под действием сопротивления среды (2 ч.)

Построение математической модели горизонтального движения тела под действием сопротивления среды. Рассмотрение случаев, когда а) сила сопротивления пропорциональна скорости движения тела; б) сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения тела.

Раздел 2. Математическое моделирование экологических, биологических и социально-экономических процессов (18 ч.)

Тема 10. Моделирование процессов роста в природе (2 ч.)

Построение математической модели роста листа виктории-регии. Построение математической модели роста дерева.

Тема 11. Математические модели динамики численности популяции. Модель Мальтуса (2 ч.)

Построение математической модели динамики численности популяции в изолированной колонии (модель Мальтуса). Построение математической модели динамики численности популяции с учетом скрещивания организмов.

Тема 12. Математические модели динамики численности популяции. Модель Ферхюльста (2 ч.)

Построение математической модели динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы внутри популяции. Модель Ферхюльста.

Тема 13. Математическая модель соперничества в системе «хищник-жертва» (модель Лотки-Вольтерра) (2 ч.)

Построение математической модели динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы двух популяций (модель Лотки-Вольтерра).

Тема 14. Математическая модель химических реакций (2 ч.)

Построение математической модели химических реакций первого, второго, третьего порядков.

Тема 15. Математические модели задач на смеси. Обеднение растворов. Растворение вещества с течением времени (2 ч.)

Определение закона изменения содержания соли в сосуде в зависимости от времени протекания жидкости через сосуд. Определение закона зависимости количества растворившегося твердого вещества в жидкости от времени. Математическая модель растворения вещества при прохождении жидкости.

Тема 16. Математическое моделирование финансовых процессов (2 ч.)

Построение математической модели роста денежных вкладов. Построение математической модели роста доходов от инвестиций.

Тема 17. Математические модели экономической динамики (2 ч.)

Математическая модель динамики роста цен при постоянной инфляции. Математическая модель динамики роста цен в условиях конкурентного роста.

Тема 18. Математические модели экономической динамики (2 ч.)

Построение математической модели динамики рыночной цены. Построение математической модели рынка с прогнозируемыми ценами. Экономическая задача выравнивания цен по уровню актива. Об аналогии между некоторыми экономическими задачами и математическим маятником. Анализ моделей. Решение задач.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (разделу)

6.1 Вопросы и задания для самостоятельной работы

Десятый семестр (34 ч.)

Раздел 1. Математическое моделирование в естествознании и экономике (16 ч.)

Вид СРС: *Выполнение индивидуальных заданий

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Построить математическую модель процесса распада радиоактивного вещества, если известно, что период полураспада радиоактивного вещества составляет 86 лет. Определить, за какое время распадется 43% атомов от их первоначального количества.

2. В культуре пивных дрожжей быстрота прироста действующего фермента пропорциональна наличному его количеству x . Первоначальное количество фермента было 100 г. Через час оно удвоилось. Построить математическую модель задачи. Во сколько раз количество фермента увеличится через 5 ч?

3. За какое время вытечет вся вода из цилиндрического бака, диаметр основания которого 2 м и высота 3 м, через круглое отверстие в дне бака диаметром 6 см? Построить математическую модель задачи. Рассмотреть случаи, когда ось цилиндра (вертикальна, горизонтальна).

4. Выполните содержательную, концептуальную и математическую постановки для математической модели, описывающей процесс остывания чайника.

5. Разработайте простую аналитическую модель изменения давления с высотой над уровнем моря, проанализируйте ее с позиций сложности объекта, типа входных и выходных параметров, цели моделирования. Проведите численные эксперименты для различных значений входных переменных. Найти атмосферное давление на высоте 500 м над уровнем моря, пренебрегая изменениями температуры воздуха на этой высоте.

6. Количество света, поглощаемое слоем воды малой толщины, пропорционально количеству падающего на него света и толщине слоя. Слой воды толщиной 35 см поглощает половину падающего на него света. Построить математическую модель изменения интенсивности светового потока с толщиной слоя воды. Какую часть света поглотит слой толщиной в 2 м?

7. В цепь последовательно включены резистор сопротивлением 5 Ом и конденсатор емкостью 2 мкФ, заряд которого в момент замыкания цепи равен 3 Кл. Построить математическую модель задачи. Найти силу тока в цепи в момент ее замыкания и через тысячную долю секунды после замыкания.

8. При выпуске нового товара на рынок фирма проводит рекламную акцию, в результате которой из общего числа потенциальных покупателей $N = 50000$ человек о новинке узнают $N/4$ покупателей. После этого сведения о новом товаре распространяются с помощью передачи информации от одних покупателей к другим. Скорость изменения числа знающих о новинке покупателей пропорциональна как числу x знающих о товаре, так и числу покупателей, которые о нем не знают. Постройте математическую модель распространения рекламы. Определить, сколько человек будут знать о новинке через 10 дней после выхода рекламы.

Вид СРС: *Подготовка к контрольной работе

Примерный вариант контрольной работы

Часть 1. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка

1. Найти общее решение $x(1 + y^2)dx + y(1 + x^2)dy = 0$.
2. Найти общее решение $(1 + e^x)yy' = e^x$.
3. Найти общее решение $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$.
4. Найти общее решение $x \frac{dy}{dx} = x + 2y$.
5. Найти общее решение $(x + y - 1)dx + (x - y^2 + 3)dy = 0$.

Часть 2. Построение математических моделей процессов и явления на основе дифференциальных уравнений первого порядка

1. Известно, что скорость охлаждения тела в любой момент времени пропорциональна разности температуры тела и температуры окружающей среды. В течение 10 минут тело охладилось от 100° до 60° при температуре окружающего воздуха 20° . Определить закон изменения температуры тела со временем. За какое время тело остынет до 25° ?

2. При выпуске нового товара на рынок фирма проводит рекламную акцию, в результате которой из общего числа потенциальных покупателей $N = 20000$ человек о новинке узнают $N/2$ покупателей. После этого сведения о новом товаре распространяются с помощью передачи информации от одних покупателей к другим. Скорость изменения числа знающих о новинке покупателей пропорциональна как числу x знающих о товаре, так и числу покупателей, которые о нем не знают. Постройте математическую модель распространения рекламы. Определить, сколько человек будут знать о новинке через 30 дней после выхода рекламы.

3. Известно, что количество радиоактивного вещества, распадающегося за единицу времени, пропорционально количеству этого вещества, имеющемуся в рассматриваемый момент. Имеется некоторое количество радиоактивного вещества. За 100 дней распалось 15% первоначального количества радиоактивного вещества. Через какое время останется 5% от первоначального количества?

4. В благоприятных для размножения условиях находится некоторое количество бактерий. Скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. В начальный момент имелось 100 бактерий, а в течение 6 часов их число удвоилось. Найти зависимость количества бактерий от времени и количество бактерий через сутки?

5. Поглощение светового потока тонким слоем воды пропорционально толщине слоя и потоку, падающему на его поверхность. При прохождении через слой толщиной 2 м поглощается $1/3$ первоначального светового потока. Определить, какой процент первоначального светового потока дойдет до глубины 4 м.

6. За какое время вытечет вся вода из цилиндрического бака диаметром 1,8 м и высотой $H = 2,45$ м через круглое отверстие в дне диаметром 6 см? Ось цилиндра вертикальна.

Вид СРС: *Выполнение индивидуальных заданий

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Скорость движущегося тела возрастает обратно пропорционально пройденному пути. В начальный момент времени тело находилось на расстоянии s_0 от начала отсчета пути и имело скорость v_0 . Определить пройденный путь и скорость тела через t с после начала движения. Решить задачу для $s_0 = 5$ м, $v_0 = 20$ м/с, $t = 20$ с.

2. Ускорение локомотива, имеющего начальную скорость v_0 , прямо пропорционально силе тяги F и обратно пропорционально массе поезда m . Сила тяги локомотива $F = b - kv$, где v – скорость, b и k – постоянные величины. Найти силу тяги локомотива по истечении времени

t , если в начальный момент времени при $t = t_0$, $F = F_0 = b - kv_0$.

3. Тело массой 3 кг сброшено с высоты с начальной скоростью 2 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально скорости тела. Через 3 с скорость тела составила 5 м/с. Определить скорость тела через 5 с.

4. Лодка замедляет свое движение под действием сопротивления воды, которое пропорционально скорости лодки. Начальная скорость лодки равна 2 м/с, а ее скорость через 4 с равна 1 м/с. Через сколько секунд скорость лодки будет равна 0,25 м/с? Какой путь может пройти лодка до остановки?

5. Футбольный мяч весом 0,4 кг брошен вверх со скоростью 20 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и равно 0,48 г при скорости 1 м/с. Построить математическую модель задачи. Найти время подъема мяча и наибольшую высоту подъема. Проанализировать, как изменятся эти результаты, если пренебречь сопротивлением воздуха?

6. При отклонении груза от положения равновесия на расстояние x пружина действует на него с силой kx , направленной к положению равновесия. Найти период свободных колебаний массы m , подвешенной к пружине, если движение происходит без сопротивления.

7. Разработайте алгоритм решения задачи о вынужденных колебаниях маятника при наличии силы вязкого сопротивления и реализуйте его на персональном компьютере. Исследуйте, как влияет частота и амплитуда колебаний подвеса на поведение маятника. Сформулируйте концептуальную и математическую постановки для модели, описывающей свободные колебания системы.

Вид СРС: *Подготовка к контрольной работе

Часть 1. Теоретическая часть. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

1. Найти общее решение уравнения: $y'' - 4y' + 5y = 0$.

2. Найти общее решение уравнения: $y'' - 2y' - 3y = x^2$.

3. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным начальным условиям: $y'' - 4y' = 8e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -8$.

4. Решить методом вариации произвольной постоянной: $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$.

5. Решить уравнение: $y'' - 9y = e^{3x} + \sin 2x$.

Часть 2. Построение математических моделей физических процессов.

1. Прогулочный катер движется со скоростью 1 м/с. Причаливая к пирсу, машинист остановил двигатель и через 10 с скорость катера упала до 0,5 м/с. Считая, что сила сопротивления воды пропорциональна скорости движения, найти скорость катера через 1 мин после остановки двигателя. Указание: для построения математической модели задачи использовать второй закон Ньютона, при этом сила, действующая на лодку $F = -kv(t)$, где $v(t)$ – скорость лодки, k – коэффициент пропорциональности. Силой тяжести в данной задаче можно пренебречь.

2. Тело массы m падает вертикально вниз с некоторой высоты. Сила вязкого трения, действующая на тело, пропорциональна величине скорости: $F_{\text{тр}} = -kv$, где $k > 0$ – коэффициент трения. Построить математическую модель изменения скорости тела с течением времени.

3. Мяч весом 0,5 кг брошен вверх со скоростью 20 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости 5Н. Построить математическую модель задачи. Считая ускорение свободного падения равным 10 м/с^2 , найти наибольшую высоту подъема мяча.

4. Снаряд вылетает из орудия со скоростью v_0 под углом 45° к горизонту. Масса снаряда равна m . Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости полета. Постройте математическую модель полета снаряда. На какую высоту поднимется и какое расстояние пролетит снаряд по горизонтали за время t ?

5. Процесс колебания относительно положения равновесия материальной точки

массы m под действием силы упругости $F = -k_1y$ и внешней силы $f(t) = k_2e^{-t}$ может быть описан уравнением, составленным на основании второго закона Ньютона: $my'' = -k_1y + k_2e^{-t}$, где $y = y(t)$ – отклонение в момент времени t точки относительно положения равновесия. Определить закон движения $y = y(t)$, если положение точки в начальный момент времени и при $t = 1$ заданы $y(0) = 0$, $y(1) = 0$. Решить задачу при следующих значениях коэффициентов пропорциональности: $k_1 = m$, $k_2 = 2m$. Определить приближенно значение y в момент $t = 5$.

Раздел 2. Математическое моделирование экологических, биологических и социально-экономических процессов (18 ч.)

Вид СРС: *Подготовка к контрольной работе

Примерный вариант контрольной работы

1. Сосуд объемом 50 л содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает 0,2 л азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Построить математическую модель задачи. Определить через какое время в сосуде будет 90% азота?
2. Вещество А превращается в вещество В. Спустя 1 ч после начала реакции осталось 44,8 г вещества А, а после 3 ч – 11,2 г вещества. Построить математическую модель задачи. Определить первоначальное количество вещества А и время, когда останется половина этого вещества.
3. В озере живут рыбы двух видов: щуки и караси. Караси питаются водорослями, а щуки – карасями. Построить математическую модель изменения численности карасей и щук в озере.
4. Охарактеризуйте математическую модель численности популяции в условиях конкурентной борьбы внутри популяции.
5. Приведите примеры построения математических моделей процессов роста в природе.

Вид СРС: *Подготовка к коллоквиуму

1. Проанализируйте различные определения математической модели.
2. Что может выступать в качестве оператора при математическом моделировании?
3. Какое определение математической модели можно использовать в школьном курсе математики?
4. Приведите примеры математических моделей?
5. Сформулируйте понятие метода математического моделирования?
6. Перечислите основные области применения математического моделирования.
7. По каким классификационным признакам можно разделить математические модели?
8. Какие типы моделей используются в изучаемых вами дисциплинах (включая дисциплины вузовского и/или школьного курса)?
9. Какие процессы описываются дифференциальным уравнением экспоненциального роста или убывания?
10. Как называются модели, в которых предполагается отсутствие всяких случайных воздействий и их элементы (элементы модели) достаточно точно установлены? Приведите примеры.
11. В каком моделировании функционирование объектов, процессов или систем описывается набором алгоритмов? Приведите примеры.
12. Какая математическая модель называется стохастической? Приведите примеры.
13. Чем простые модели отличаются от сложных? В чем заключается сложность моделирования систем?
14. Чем отличаются линейные и нелинейные модели? Приведите примеры.
15. Какие типы моделей выделяются по виду параметров моделирования? Чем характерна дескриптивная модель? Приведите примеры.

16. Для каких целей служит оптимизационная модель? Приведите примеры.
17. Чем отличаются стационарные и нестационарные модели? Приведите примеры стационарных и нестационарных моделей.
18. Приведите примеры математических моделей процессов роста в природе.
19. Какие математические модели динамики численности популяций вам известны? Охарактеризовать каждую модель.
20. Каковы особенности математической модели соперничества в системе «хищник – жертва» (модель Лотки-Вольтерра).
21. Охарактеризуйте математическое моделирование химических реакций.
22. Опишите построение математических моделей изменения содержания соли в сосуде в зависимости от времени протекания жидкости через сосуд, изменения количества растворившегося твердого вещества в жидкости от времени.

Вид СРС: *Выполнение индивидуальных заданий

Вариант индивидуального домашнего задания

1. Какая сумма будет находиться на счету через 500 лет, если сегодня открыть сберегательный вклад в один рубль под 5% годовых с непрерывным начислением процентов?
2. Население города в течение 50 лет удвоилось за счет естественного прироста и составляет 40000 человек. Определить население города через 10 лет. Когда население достигнет 1 млн. человек.
3. Функции спроса и предложения на некоторый товар имеют вид:

$$d(p) = 50 - 2p - 4\frac{dp}{dt} \quad \text{и} \quad s(p) = 20 + p(t) + \frac{dp}{dt}.$$
 Найти зависимость равновесной цены от времени, если $p(0) = 10$. Является ли цена устойчивой?
4. Изменение объема продукции, реализованной к моменту времени t . Пусть $y = y(t)$ – объем продукции, реализованной к моменту времени t . Предположим, что цена на данный товар остается постоянной (в пределах рассматриваемого промежутка времени). Тогда функция $y = y(t)$ удовлетворяет уравнению $y'(t) = ky(t)$, где $k = mpl$, m – норма инвестиций, p – продажная цена, l – коэффициент пропорциональности между величиной инвестиций и скоростью выпуска продукции. Выяснить, по истечении какого промежутка времени объем реализованной продукции удвоится по сравнению с первоначальным, если значение коэффициента пропорциональности k в уравнении $y'(t) = ky(t)$, равно 0,1. На сколько процентов следует увеличить норму инвестиций, чтобы промежуток времени, необходимого для удвоения объема реализованной продукции уменьшился на 20%.
5. При изучении развития эпидемии некоторого заболевания обычно выделяют три группы людей: x – группа людей, восприимчивых к данному заболеванию, но еще не заразившаяся им; y – группа уже больных или инфицированных людей, которые могут выступать разносчиками болезни; z – группа людей, невосприимчивых к этой болезни или получившие иммунитет после перенесенного заболевания. Постройте математическую модель развития эпидемии. Предложите систему гипотез для обоснования данной модели. Проведите качественный анализ математической модели. Предложите другие варианты моделей эпидемии с учетом: а) изменения общей численности населения, связанные с рожденьями и естественными смертями; б) смертности от данного заболевания; в) непостоянства доли заболевших людей.
6. Государство решило оказать поддержку остановившему производство предприятию-банкроту. В течение года на счет предприятия непрерывно будут поступать денежные средства, причем кризисный управляющий может выбрать одну из схем господдержки: либо перечисленные средства равномерно возрастают и к концу года достигают некоторого фиксированного значения, либо средства равномерно убывают от данного фиксированного значения до нуля к концу года. Какая из предложенных схем приведет к выпуску большего объема продукции, если известно, что из-за ветхости

оборудования коэффициент выбытия фондов за год равен двум, а показатель отдачи инвестиций в данной отрасли составляет 40 %?

Вид СРС: *Подготовка к контрольной работе

Примерный вариант контрольной работы

Построение математических моделей социальных и экономических процессов.

1. Численность населения $y(t)$ некоторой страны удовлетворяет дифференциальному уравнению $\frac{dy}{dt} = 0,2y(1 - 10^{-4}y)$, где время t измеряется в годах. В начальный момент времени население составляло 1000 чел. Через сколько лет численность населения возрастет в 4 раза?

2. В городе с населением 4000 чел. Распространение эпидемии подчиняется закону $\frac{dy}{dt} = 0,001y(4000 - y)$, где y – число заболевших в момент времени t . Через какое время заболеет 90% населения, если в начальный момент времени болело 2% населения?

3. Функции спроса и предложения имеют вид:

$$y = 25 - 2p + 3\frac{dp}{dt}, \quad y = 15 - p + 4\frac{dp}{dt}.$$

4. Найти зависимость равновесной цены p от времени, если в начальный момент времени $p = 9$.

5. Кредит в сто тысяч рублей взят на пять лет под 15% годовых. Какую сумму нужно будет погасить кредитору, если накопительные проценты начисляются: а) каждый год; б) каждый месяц; в) непрерывно? Определите, какая схема начисления процентов по кредиту выгодна заемщику?

Вид СРС: *Подготовка к коллоквиуму

1. Перечислите основные этапы математического моделирования.
2. На основании какой информации выполняется формулировка концептуальной постановки задачи моделирования?

3. Кто участвует в разработке содержательной постановки задачи?

4. Какая из постановок задачи (содержательная, концептуальная или математическая) является самой абстрактной?

5. Что включает понятие корректности математической задачи? Каким условиям должна удовлетворять корректная модель?

6. Какие цели преследует проверка адекватности модели? Перечислите причины возможной неадекватности модели.

7. Для решения каких задач может быть использована математическая модель?

8. Перечислите основные методы построения математических моделей.

9. Привести пример построения математической модели на основе вариационных принципов.

10. Раскрыть суть применения аналогий при построении моделей.

11. Определить смысл иерархического подхода к построению моделей.

12. Приведите примеры математических моделей, построенных на основе законов сохранения, фундаментальных уравнений физики?

13. Назовите основные методы реализации моделей, перечислите их достоинства и недостатки.

14. Охарактеризовать математические модели финансовых процессов.

15. Охарактеризовать математические модели экономических процессов: макро-модель экономического роста.

16. Охарактеризуйте математическое моделирование демографических процессов.

17. Охарактеризовать математическую модель Ланкастера сражения двух армий.

18. Сформулировать и описать математическую модель распространения эпидемии.

19. Приведите примеры математических моделей трудноформализуемых объектов.

20. Построить экономическую модель спроса и предложения в предположении их линейной зависимости от цены. Провести анализ изменения цен в зависимости от начальной цены.

7. Тематика курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) по дисциплине не предусмотрены.

8. Оценочные средства

8.1 Компетенции и этапы формирования

№ п/п	Оценочные средства	Компетенции, этапы их формирования
1	Социально-гуманитарный модуль	УК-1
2	Коммуникативно-цифровой модуль	УК-1
3	Модуль учебно-исследовательской и проектной деятельности	УК-1
4	Предметно-методический модуль	УК-1, ПК-1, ПК-3
5	Психолого-педагогический модуль	ПК-3

8.2 Показатели и критерии оценивания компетенций, шкалы оценивания

Код и наименование компетенции и для ОП ВО, индикаторы достижения компетенции (ИДК)	Шкала оценивания			
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»
	«зачтено»			«не зачтено»
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.	Свободно ориентируется в существующих российских и зарубежных источниках информации в сфере профессиональной деятельности; проводит критический анализ материалов, делает аргументированные выводы о возможности использования полученной	В целом ориентируется в существующих российских и зарубежных источниках информации в сфере профессиональной деятельности; делает выводы о возможности использования полученной информации при решении образовательных задач	Недостаточно ориентируется в существующих российских и зарубежных источниках информации в сфере профессиональной деятельности; затрудняется в оценке возможности использования полученной информации при решении образовательных задач	Не ориентируется в существующих российских и зарубежных источниках информации в сфере профессиональной деятельности; не может оценить возможность использования полученной информации при решении образовательных

	информации при решении образовательных задач			ых задач
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач				
ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.	Обладает полным знанием теоретического материала и демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий с применением разнообразных методов, приемов и технологий обучения (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)	Обладает знанием материала в достаточном объеме и умеет разрабатывать различные формы учебных занятий с применением разнообразных методов, приемов и технологий обучения (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	Обладает знанием материала в неполном объеме, допускает неточности при разработке учебных занятий с применением разнообразных методов, приемов и технологий обучения (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	Обладает знанием материала в недостаточном объеме, не демонстрирует умение разрабатывать учебные занятия с применением разнообразных методов, приемов и технологий обучения (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов.				
ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	Обладает полным знанием теоретического материала и владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75%	Обладает знанием материала в достаточном объеме и демонстрирует владение способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и	Обладает знанием материала в неполном объеме и допускает неточности при использовании способов интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и	Обладает знанием материала в недостаточном объеме, не владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной

	вариативной частей самостоятельной работы)	не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	самостоятельной работы)
--	--	--	---	-------------------------

Уровень сформированности компетенции	Шкала оценивания для промежуточной аттестации	Шкала оценивания по БРС
	Экзамен	
Повышенный	5 (отлично)	90 – 100%
Базовый	4 (хорошо)	76 – 89%
Пороговый	3 (удовлетворительно)	60 – 75%
Ниже порогового	2 (неудовлетворительно)	Ниже 60%

8.3 Вопросы промежуточной аттестации

Десятый семестр (Экзамен, УК-1.3, ПК-1.3, ПК-3.2)

1. Охарактеризуйте моделирование как метод научного познания. Сформулируйте понятие математической модели и метода математического моделирования. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

2. Сформулируйте свойства и особенности построения математических моделей. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

3. Перечислите основные требования к математической модели и основные области применения математического моделирования. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

4. Какова роль математического моделирования в научных исследованиях? Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

5. Приведите классификацию математических моделей. Охарактеризуйте основные виды математических моделей. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

6. Приведите примеры математических моделей прикладных задач. Какой математический аппарат лежит в основе построения математической модели в каждом примере? Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

7. Перечислите этапы математического моделирования. Охарактеризуйте каждый этап. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

8. Назовите основные методы реализации моделей, перечислите их достоинства и недостатки. Сформулируйте понятие о вычислительном эксперименте. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

9. Сформулируйте основные методы построения математических моделей. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

10. Приведите примеры математических моделей, построенных на основе фундаментальных уравнений физики. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

11. Охарактеризуйте построение математических моделей на основе законов сохранения (закона сохранения массы, энергии, импульса). Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

12. Охарактеризуйте иерархический подход к построению моделей. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

13. Охарактеризуйте метод вариационных принципов при построении математических моделей. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

14. Приведите пример построения математической модели на основе метода аналогий. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

15. Сформулируйте понятие дифференциальной модели процесса или явления. Приведите алгоритм составления дифференциальных уравнений по условиям прикладных задач. Сконструируйте задачу, отражающую использование данной темы в школьном курсе.

16. Из эксперимента известно, что скорость распада радиоактивного вещества пропорциональна его количеству в момент времени t . Постройте математическую модель распада радиоактивного вещества. Определите период полураспада радиоактивного вещества.

17. В благоприятных для размножения условиях находится некоторое количество N_0 бактерий. Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий пропорциональна их количеству. Построить математическую модель роста числа бактерий с течением времени. За какое время количество бактерий увеличится в m раз по сравнению с начальным их количеством?

18. Известно, что атмосферное давление с высотой уменьшается. Построить математическую модель изменения давления p с высотой h над уровнем моря. Описать вывод барометрической формулы.

19. В резервуаре имеется a кг водного раствора соли, в котором содержится b кг соли. В определенный момент времени включается устройство, непрерывно подающее в резервуар c кг чистой воды в секунду и одновременно удаляющее из него ежесекундно s кг раствора. При этом в самом резервуаре жидкость непрерывно перемешивается. Построить математическую модель изменения со временем количества соли в резервуаре.

20. Некоторой фирмой реализуется продукция, о которой в момент времени t из N потенциальных покупателей знают лишь x покупателей. Для ускорения сбыта даны рекламные объявления и последующая информация распространяется среди покупателей посредством общения. Можно считать, что скорость изменения числа знающих о продукции покупателей пропорциональна как числу x знающих о товаре, так и числу покупателей, которые о нем не знают. Постройте математическую модель распространения рекламы.

21. Охарактеризуйте математическую модель скорости изменения информации (модель Гартмана).

22. Тело, имеющее в начальный момент времени температуру T_0 поместили в среду, температура которой поддерживается равной T_c . Экспериментально установлено, что при определенных упрощениях скорость изменения температуры тела пропорциональна разности температуры тела и температуры окружающей среды. Постройте математическую модель изменения температуры тела с течением времени.

23. Сосуд, площадь $S = S(h)$ поперечного сечения которого есть известная функция высоты h , наполнен жидкостью до уровня H . В дне сосуда имеется отверстие площади σ , через которое жидкость вытекает. Построить математическую модель процесса истечения жидкости через отверстие в сосуде. Определить время t , за которое уровень жидкости понизится от начального положения H до произвольного $0 \leq h \leq H$, и время полного опорожнения сосуда.

24. Построить математическую модель истечения жидкости через отверстие в сосуде цилиндрической формы. Рассмотреть случаи, когда ось цилиндра горизонтальная и вертикальная.

25. Построить математические модели истечения жидкости через отверстие в сосуде конической формы и в сосуде, имеющего форму полусферы. Определить время полного опорожнения сосудов.

26. Поглощение светового потока тонким слоем воды пропорционально толщине слоя и потоку, падающему на его поверхность. Построить математическую модель изменения интенсивности светового потока.

27. В замкнутую электрическую цепь последовательно включены источник тока с электродвижущей силой (ЭДС) $E(t)$, меняющейся с течением времени, активное сопротивление R и катушка с индуктивностью L . Построить математическую модель изменения силы тока с течением времени, если в начальный момент времени она равнялась нулю. Из курса физики, известно, что $E(t) = U_{\text{акт}} + U_{\text{кат}}$, где $U_{\text{акт}}$ – напряжение на активном участке цепи, выражаемое по закону Ома ($U_{\text{акт}} = IR$), а $U_{\text{кат}}$ пропорционально скорости изменения силы тока с коэффициентом пропорциональности L .

28. В результате химической реакции между веществами A и B образуется вещество C . Построить математическую модель изменения количества вещества C от времени, если в момент вступления в реакцию количества веществ A и B были соответственно равны a и b . Скорость реакции пропорциональна произведению реагирующих масс.

29. Какой вид имеет уравнение движения материальной точки в дифференциальной форме? Построить математическую модель горизонтального движения тела, которое в момент времени t_0 находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если, начиная с момента $t = t_0$, на него действует только сила сопротивления среды, пропорциональная скорости движения тела.

30. Построить математическую модель горизонтального движения тела, которое в момент времени t_0 находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если, начиная с момента $t = t_0$, на него действует только сила сопротивления среды, пропорциональная квадрату скорости движения тела.

31. Построить математическую модель падения тела массы m , которое в начальный момент времени $t = t_0$ находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости движения тела.

32. Построить математическую модель падения тела массы m , которое в начальный момент времени $t = t_0$ находилось в точке x_0 и обладало скоростью v_0 , если сила сопротивления пропорциональна скорости движения.

33. Какой вид имеет уравнение, описывающее гармонические колебания? Подвешенное на пружине тело массой m , совершает колебания около положения равновесия. Построить математическую модель движения тела. Рассмотреть случаи свободных и затухающих колебаний.

34. Построить математическую модель вынужденных колебаний в среде без сопротивления и в среде с сопротивлением.

35. Описать моделирование колебаний математического и физического маятника?

36. Какие математические модели динамики численности популяций вам известны? Построить математическую модель динамики численности популяции в изолированной колонии (модель Мальтуса).

37. Построить математическую модель динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы внутри популяции (модель Ферхюльста).

38. Построить математическую модель динамики численности популяции в условиях конкурентной борьбы двух популяций (модель Лотки-Вольтерра).

39. Охарактеризовать математические модели демографических процессов. Построить математическую модель задачи определения количества населения на определенную дату.

40. Построить математические модели: а) динамики роста населения во времени; б) конкурентной динамики роста; в) истощения ресурсов.
41. Построить математическую модель сражения двух армий (модель Ланчестера).
42. Построить математическую модель распространения эпидемии.
43. Некоторая сумма денег A положена в банк под $r\%$ в год. Построить математическую модель роста денежного вклада при условии, что приращение начисляется непрерывно.
44. Доход $Y(t)$, полученный к моменту времени t некоторой отраслью, является суммой инвестиций $I(t)$ и величины потребления $C(t)$. Предполагается, что скорость увеличения дохода пропорциональна величине инвестиций, $C(t)$ представляет фиксированную часть получаемого дохода: $C(t) = (1 - m)Y(t)$, где m – норма инвестиций. Построить математическую модель роста доходов от инвестиций.
45. Пусть $y(t)$ – объем продукции некоторой отрасли, реализованной к моменту времени t . Предполагается, что вся производимая отраслью продукция реализуется по некоторой фиксированной цене p , т.е. выполнено условие не насыщаемости рынка. Пусть $I(t)$ – величина инвестиций, направленных на расширение производства. Предполагается, что скорость выпуска продукции (акселерация) пропорциональна величине инвестиции. Построить математическую модель роста выпуска продукции.
46. Построить математическую модель роста выпуска продукции в условиях конкуренции. В этой модели предполагается, что рынок не насыщается и продукция продается по цене $p(q) = a - bq$, где $a > 0$, $b > 0$, $q = q(t)$. Найти закон изменения выпуска продукции, если скорость выпуска прямо пропорциональна увеличению инвестиций и часть дохода от реализованной продукции в количестве $q(t)$ расходуется на инвестиции в производство реализуемой продукции.
47. Согласно модели Самуэльсона скорость изменения рыночной цены p пропорционально неудовлетворенному спросу. Построить математическую модель динамики рыночной цены, если неудовлетворенный спрос характеризуется выражением $d(p) - s(p)$, где $d(p) = a - bp$, $s(p) = \alpha + \beta p$, соответственно спрос и предложение при цене p .
48. Построить простейшую математическую модель воспроизводства дохода при произвольной функции потребления. Провести анализ модели при различных соотношениях между темпом прироста потребления и технологическим темпом национального дохода.
49. Построить математическую модель рынка с прогнозируемыми ценами.
50. Пусть изменение уровня актива q пропорционально разности между предложением s и спросом d с коэффициентом пропорциональности k ($k > 0$). Пусть изменение цены p также пропорционально отклонению актива q от некоторого фиксированного уровня q_0 с коэффициентом пропорциональности m ($m > 0$). Построить математическую модель выравнивания цен по уровню актива q при вышеизложенных предположениях.

8.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Экзамен по дисциплине или ее части имеет цель оценить сформированность общекультурных, профессиональных компетенций, теоретическую подготовку студента, его способность к творческому мышлению, приобретенные им навыки самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

При балльно-рейтинговом контроле знаний итоговая оценка выставляется с учетом набранной суммы баллов.

При оценке достижений студентов необходимо обращать особое внимание на:

- усвоение программного материала; – умение излагать программный материал научным языком;
- умение связывать теорию с практикой;
- умение отвечать на видоизмененное задание;
- владение навыками поиска, систематизации необходимых источников литературы по изучаемой проблеме;
- умение обосновывать принятые решения;
- владение навыками и приемами выполнения практических заданий;
- умение подкреплять ответ иллюстративным материалом.

Письменная контрольная работа

Виды контрольных работ: аудиторные, домашние, текущие, экзаменационные, письменные, графические, практические, фронтальные, индивидуальные.

Система заданий письменных контрольных работ должна:

- выявлять знания студентов по определенной дисциплине (разделу дисциплины);
- выявлять понимание сущности изучаемых предметов и явлений, их закономерностей;
- выявлять умение самостоятельно делать выводы и обобщения;
- творчески использовать знания и навыки.

Требования к контрольной работе по тематическому содержанию соответствуют устному ответу.

Также контрольные работы могут включать перечень практических заданий.

9. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Математическое моделирование [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов бакалавриата по направлению "Педагогическое образование" / Ю.С. Жаркова; Мордов. гос. пед. ин-т. - Саранск, 2015. - Режим доступа: <http://library.mordgpi.ru/MegaPro/Download/MObject/548>

2. Рыбаков, К. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Практический курс / К. А. Рыбаков, А. С. Якимова, А. В. Пантелеев. – Москва : Логос, 2010. – 384 с. – (Новая университетская библиотека). – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=84753>

Дополнительная литература

1. Самойленко, А. М. Дифференциальные уравнения. Практический курс. Учеб. пособие / А. М. Самойленко, С. А. Кровошея, Н. А. Перестюк. – М. : Высш. шк., 2006. – 383 с.

2. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : учеб. пособие / А. Ф. Филиппов. – М. : Либроком, 2013. – 240 с.

3. Борисов, В. Г. Прикладные задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Механическое движение [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. Г. Борисов. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2015. – 130 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=481485&sr=1

4. Губарь, Ю.В. Введение в математическое моделирование / Ю.В. Губарь ; Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ". – Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2007. – 153 с. : табл., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233992>

10. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://mathprofi.ru> - Высшая математика для заочников и не только.
2. <http://www.allmath.ru/mathan.htm> - Вся математика в одном месте. Это математический портал, на котором можно найти любой материал по математическим дисциплинам. Здесь представлены школьная, высшая, прикладная, олимпиадная математика.
3. <http://eqworld.ipmnet.ru/> - «Мир математических уравнений» – учебно-образовательная физико-математическая библиотека

11. Методические указания обучающимся по освоению дисциплины (модуля)

При освоении материала дисциплины необходимо:

- спланировать и распределить время, необходимое для изучения дисциплины;
- конкретизировать для себя план изучения материала;
- ознакомиться с объемом и характером внеаудиторной самостоятельной работы для полноценного освоения каждой из тем дисциплины.

Сценарий изучения курса:

- проработайте каждую тему по предлагаемому ниже алгоритму действий;
- изучив весь материал, выполните итоговый тест, который продемонстрирует готовность к сдаче зачета.

Алгоритм работы над каждой темой:

- изучите содержание темы вначале по лекционному материалу, а затем по другим источникам;
- прочитайте дополнительную литературу из списка, предложенного преподавателем;
- выпишите в тетрадь основные категории и персоналии по теме, используя лекционный материал или словари, что поможет быстро повторить материал при подготовке к зачету;
- составьте краткий план ответа по каждому вопросу, выносимому на обсуждение на лабораторном занятии;
- выучите определения терминов, относящихся к теме;
- продумайте примеры и иллюстрации к ответу по изучаемой теме;
- подберите цитаты ученых, общественных деятелей, публицистов, уместные с точки зрения обсуждаемой проблемы;
- продумывайте высказывания по темам, предложенным к лабораторному занятию.

Рекомендации по работе с литературой:

- ознакомьтесь с аннотациями к рекомендованной литературе и определите основной метод изложения материала того или иного источника;
- составьте собственные аннотации к другим источникам на карточках, что поможет при подготовке рефератов, текстов речей, при подготовке к зачету;
- выберите те источники, которые наиболее подходят для изучения конкретной темы.

12. Перечень информационных технологий

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе используется программное обеспечение, позволяющее осуществлять поиск, хранение, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители, организацию

взаимодействия в реальной и виртуальной образовательной среде.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины студентами фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

12.1 Перечень программного обеспечения

1. Microsoft Windows 7 Pro
2. Microsoft Office Professional Plus 2010
3. 1С: Университет ПРОФ

12.2 Перечень информационно-справочных систем

1. Информационно-правовая система «ГАРАНТ» (<http://www.garant.ru>)
2. Справочная правовая система «Консультант Плюс» (<http://www.consultant.ru>)

12.3 Перечень современных профессиональных баз данных

1. Профессиональная база данных «Открытые данные Министерства образования и науки РФ» (<http://xn8sblcdzzacvuc0jbg.xn--80abucjiibhv9a.xn--p1ai/opendata/>)
2. Электронная библиотечная система Znanium.com(<http://znanium.com/>)
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам (<http://window.edu.ru>)

13. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для проведения аудиторных занятий необходим стандартный набор специализированной учебной мебели и учебного оборудования, а также мультимедийное оборудование для демонстрации презентаций на лекциях. Для проведения практических занятий, а также организации самостоятельной работы студентов необходим компьютерный класс с рабочими местами, обеспечивающими выход в Интернет.

Индивидуальные результаты освоения дисциплины фиксируются в электронной информационно-образовательной среде университета.

Реализация учебной программы обеспечивается доступом каждого студента к информационным ресурсам – электронной библиотеке и сетевым ресурсам Интернет. Для использования ИКТ в учебном процессе необходимо наличие программного обеспечения, позволяющего осуществлять поиск информации в сети Интернет, систематизацию, анализ и презентацию информации, экспорт информации на цифровые носители.

Учебная аудитория для проведения учебных занятий.

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, курсового проектирования (выполнения курсовых работ).

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения. Основное оборудование:

Автоматизированное рабочее место в составе (системный блок, монитор, клавиатура, мышь, гарнитура, проектор, интерактивная доска), магнитно-маркерная доска.

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы.

Помещение оснащено оборудованием и техническими средствами обучения. Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети "Интернет" и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (персональный компьютер 10 шт.).

Учебно-наглядные пособия:

Презентации.

Помещение для самостоятельной работы. Читальный зал.

Основное оборудование:

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета (компьютер 10 шт., проектор с экраном 1 шт., многофункциональное устройство 1 шт., принтер 1 шт.)

Учебно-наглядные пособия:

Учебники и учебно-методические пособия, периодические издания, справочная литература. Стенды с тематическими выставками.